2차 기출문제

보충자료

[2025]

CPA 홍슬기

※ (물음 1) ~ (물음 4)는 독립적이다.

(물음1) 친환경비료를 생산하는 기업 A는 생산비용 절감을 위해 사용 중인 구형 기계를 신형 기계로 현재 시점($t=1$)에서 교체하고자 한다. 아래 자료를 이용하여 기업 A가 신형 기계에 대해 지급할 수 있는 최고 가격을 구하시오.

단, $PVIFA$(10%, 5년)=3.7908, $PVIFA$(10%, 10년)=6.1446, $PVIF$(10%, 5년)=0.6209, $PVIF$(10%, 10년)=0.3855이다. 계산결과는 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림하여 원 단위로 표시한다.

> (1) 5년 전 6,000원을 지급하고 구입한 구형 기계는 내용연수가 10년이고 정액법으로 완전상각되며, 10년 후 매각가치는 없다.
> (2) 신형 기계를 구입하는 경우, 구형 기계는 판매업체에게 4,000원에 매각할 예정이다.
> (3) 구형 기계 대신 신형 기계를 활용함으로써 매출액과 운전자본에서의 변화는 없으나, 생산비용은 매년 1,000원 절감될 것으로 예측된다.
> (4) 내용연수가 5년인 신형 기계는 정액법으로 완전 상각할 계획이고, 5년 후 600원에 매각할 수 있다.
> (5) 현재 기업 A에 적용되는 법인세율은 25%이며, 요구수익률은 10%이고, 인플레이션은 없다고 가정한다.

(물음2) (주)가나는 할인율이 동일한 투자안 A와 B를 평가하고자 한다. 두 투자안은 모두 투자자금을 투자시작 시점인 현재($t=0$) 전액 투자한다. 두 투자안으로부터 매년 발생하는 현금유입 규모는 서로 동일하며, 두 투자안 모두 현금유입은 내년 말($t=1$)부터 일정한 금액이 영구히 발생한다고 가정한다. 투자안 A의 회수기간과 할인회수기간은 각각 2.598년과 3년이고, 투자안 B의 회수기간과 할인회수기간은 각각 3.345년과 4년이다. 두 투자안에 적용되는 할인율과 두 투자안의 수익성지수(PI)를 각각 구하시오.

계산결과는 할인율의 경우 % 단위로 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 둘째 자리까지 표시하고, 수익성지수는 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 둘째 자리까지 표시한다.

(물음3) 기업 B는 신규 투자안으로 푸드트럭을 제작하는 공장을 건설하려고 한다. 이 푸드트럭 제조 공장의 건설비용은 250만원이며, 즉시 건설이 가능하다. 공장 건설 1년 후($t = 1$)부터 매년 100만원의 수익이 발생한다. 유지보수 비용 등을 포함한 각종 비용은 1년 후($t = 1$) 연간 50만원이 소요되며, 그 후 공장의 노후화로 인해 매년 3%씩 증가할 것으로 예상된다. 모든 수익과 비용은 매년말 발생하며, 그 외 현금흐름에 영향을 미치는 요인은 고려하지 않는다. 신규 투자안의 NPV가 0보다 크기 위해서 기업 B는 최소 몇 년 동안 이 공장을 운영해야 하는지 구하시오.

아래 표에 제시된 로그함수($log(x)$)의 값을 이용할 수 있다. 단, 신규 투자안에 대한 할인율은 8%이다. 계산결과는 소수점 아래 첫째 자리에서 올림하여 정수로 표시한다.

x	$log(x)$
0.95	(−)0.0223
1.03	0.0128
1.08	0.0334
1.13	0.0531
1.18	0.0719
1.21	0.0828
1.25	0.0969

(물음 4) 투자안의 경제성 분석방법 중 내부수익률법은 독립적인 투자안의 경우 내부수익률이 자본비용보다 높을 때 경제성이 있다고 판단한다. 이러한 판단기준에 내재된 의미를 세 줄 이내로 설명하시오.

해답

물음 1

(단위: 원)	0	1 ~ 4	5
구기계 처분	$+4,000$		
구기계 처분손익 법인세효과*1	$-1,000\times 0.25$		
구기계 감가상각비 절세효과		-600×0.25	-600×0.25
신기계 취득 및 처분	$-x$		$+600$
신기계 처분손익 법인세효과*2			-600×0.25
신기계 감가상각비 절세효과		$+0.2x\times 0.25$	$+0.2x\times 0.25$
생산비용 절감		$+1,000\times(1-0.25)$	$+1,000\times(1-0.25)$
합계	$+3,750-x$	$+600+0.05x$	$+1,050+0.05x$

*1 $-(\text{처분가액}-\text{장부가액})\times t=-(4,000-3,000)\times 0.25=-1,000\times 0.25$

*2 $-(\text{처분가액}-\text{장부가액})\times t=-(600-0)\times 0.25=-600\times 0.25$

$NPV=+3,750-x+600\times 3.7908+0.05x\times 3.7908+450\times 0.6209=0$

➡ 최고구입가격 $x=7,778$원

물음 2

① 자본비용 도출

투자안A: $2.598=\frac{1}{(1+k)^1}+\frac{1}{(1+k)^2}+\frac{1}{(1+k)^3}$

투자안B: $3.345=\frac{1}{(1+k)^1}+\frac{1}{(1+k)^2}+\frac{1}{(1+k)^3}+\frac{1}{(1+k)^4}$

➡ $3.345=2.598+\frac{1}{(1+k)^4}$ ➡ $k=7.56\%$

② 수익성지수

투자안A: $PI=\frac{\Sigma PV(+CF)}{\Sigma PV(-CF)}=\frac{\frac{1}{7.56\%}}{2.598}=5.09$

투자안B: $PI=\frac{\Sigma PV(+CF)}{\Sigma PV(-CF)}=\frac{\frac{1}{7.56\%}}{3.345}=3.95$

물음 3

① 현금흐름 추정

(단위: 만원)	0	1	2	3 ~
공장건설 수익발생 각종비용	− 250	 + 100 − 50	 + 100 $-50 \times (1+3\%)^1$	 무성장현금흐름 일정성장현금흐름
합계	− 250	+ 50	+ 48.5	

② 투자기간의 추정

$$NPV = -250 + \left\{\frac{100}{8\%} - \frac{100}{8\%(1+8\%)^n}\right\} - \left\{50 \times \frac{1-\left(\frac{1+3\%}{1+8\%}\right)^n}{8\% - 3\%}\right\}$$

$$= -250 + 1{,}250 = \frac{1{,}250}{(1+8\%)^n} - 1{,}000 + 1{,}000 \times \left(\frac{1+3\%}{1+8\%}\right)^n$$

$$= -\frac{1{,}250}{(1+8\%)^n} + 1{,}000 \times \left(\frac{1+3\%}{1+8\%}\right)^n$$

➡ $\frac{1{,}250}{(1+8\%)^n} = 1{,}000 \times \left(\frac{1+3\%}{1+8\%}\right)^n$

➡ $\frac{1.25}{(1+8\%)^n} = \left(\frac{1+3\%}{1+8\%}\right)^n$

➡ $log1.25 - n \times log1.08 = n(log1.03 - log1.08)$

➡ $0.0969 - n \times 0.0334 = n(0.0128 - 0.0334)$

➡ $n = 7.57$

∴ 최소 8년 동안 공장을 운영해야 한다.

물음 4

내부수익률은 투자안의 *NPV*가 0일때의 투자수익률을 의미하며, 자본비용은 주주와 채권자로부터 조달한 자금에 대한 조달비용을 의미한다. 투자수익률이 조달비용보다 크다는 것은 *NPV*가 0보다 커 경제성이 있다고 판단할 수 있다.

해설

물음 2

매년 1원씩 발생하는 투자안으로 가정하면 투자안A의 투자금액은 2.598원이고, 투자안B의 투자금액은 3.345원이라고 할 수 있다. 투자안A의 할인회수기간이 3년이라는 것은 3년 연금현가계수가 2.598임을 의미하며, 투자안B의 할인회수기간이 4년이라는 것은 4년 연금현가계수가 3.345임을 의미한다.

물음 3

비용의 현재가치의 합계액은 만기가 유한한 성장연금의 현재가치 공식을 이용하여 계산한다.

$$PV_0 = CF_1 \times \frac{1-\left(\frac{1+g}{1+R}\right)^n}{R-g} \qquad (R = \text{할인율},\ g = \text{성장률})$$

무부채기업 (주)갑을은 또 다른 무부채기업 (주)병정을 흡수합병 하고자 한다. 현재 독립된 기업인 (주)갑을 및 (주)병정의 기업가치는 각각 200억원 및 50억원이다. (주)갑을이 (주)병정을 합병할 경우 마케팅 비용 등 판매관리비가 매년 2.5억원씩 영구히 감소할 것으로 예상된다. 합병대가를 지급하는 방안으로 다음과 같은 방법을 고려하고 있다.

(1) (주)갑을이 (주)병정에 총 65억원의 현금을 지급하는 방법
(2) (주)갑을이 (주)병정의 주주들에게 (주)갑을의 주식을 교부하는 방법

(주)갑을과 (주)병정의 주가와 주식 수는 아래 표와 같다. 단, 할인율은 10%이며, 법인세는 없다.
계산결과는 금액의 경우 억원 단위로 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 둘째 자리까지 표시하고, 주식 수는 소수점 아래 첫째 자리에서 올림하여 정수로 표시한다.

구분	(주)갑을	(주)병정
주가	20,000원	10,000원
주식 수	1,000,000주	500,000주

(물음 1) (주)갑을이 (주)병정의 주주에게 현금으로 합병대가를 지급할 경우 (주)병정 주주의 이득을 구하시오.

(물음 2) (물음 1)에서와 같이 합병대가를 현금으로 지급할 때 합병의 *NPV*를 구하시오.

(물음 3) (주)갑을이 (주)병정의 주주에게 합병대가로 자사의 주식 325,000주를 교부할 경우, (주)병정 주주의 이득을 구하시오.

(물음 4) (물음 3)에서와 같이 (주)갑을이 합병대가로 주식을 교부할 때 합병의 *NPV*를 구하시오. 현금지급과 주식교부 중 어떠한 방법이 (주)갑을에 더 유리한지 세 줄 이내로 설명하시오.

(물음 5) 합병대가로 (주)병정의 주주들에게 (주)갑을의 주식을 교부할 때, (주)병정의 주주들이 받아들일 수 있는 최소한의 주식 수 및 (주)갑을의 주주들이 제공할 수 있는 최대한의 주식 수를 구하시오.

해답

물음 1

인수프리미엄 $= 65 - 50 = 15$억원

물음 2

합병시너지 $= \dfrac{+2.5}{10\%} = 25$억원

합병 $NPV = 25 - 15 = 10$억원

물음 3

인수대가 $= (200 + 50 + 25)$ 억원 $\times \dfrac{325{,}000\text{주}}{(1{,}000{,}000 + 325{,}000)\text{주}} = 67.45$억원

인수프리미엄 $= 67.45 - 50 = 17.45$억원

물음 4

합병 $NPV = 25 - 17.45 = 7.55$억원

현금지급방법이 주식교부방법보다 유리하다.

물음 5

최소교환주식수: $(200 + 50 + 25)$ 억원 $\times \dfrac{n\text{주}}{(1{,}000{,}000 + n)\text{주}} = 50$억원 ➡ $n = 222{,}223$주

최대교환주식수: $(200 + 50 + 25)$ 억원 $\times \dfrac{n\text{주}}{(1{,}000{,}000 + n)\text{주}} = 75$억원 ➡ $n = 375{,}000$주

최초 투자를 고려하고 있는 (주)다라는 서로 배타적인 두 투자안 A, B 중 하나를 선택하는 투자의사결정에 직면해 있다. 두 투자안의 초기 투자금액은 5,000만원으로 동일하며, 1년 후 경기 상황에 따른 투자안 A 및 투자안 B의 현금흐름은 아래 표와 같다. 단, (주)다라의 부채는 3,000만원이고, 부채에 대한 이자율은 0%로 가정한다. 계산결과는 소수점 아래 둘째 자리에서 반올림하여 첫째 자리까지 표시한다.

경기 상황	확률	현금흐름	
		투자안 A	투자안 B
불황	0.5	6,000만원	2,000만원
호황	0.5	8,000만원	12,000만원

(물음1) 투자안 A와 투자안 B 각각에 대하여, 주주 부의 기댓값과 채권자 부의 기댓값을 구하시오. 이때 두 투자안 중 하나를 채택함으로써 1년 후 주주에게 이전되는 채권자 부의 크기를 구하시오.

(물음2) 투자안 A의 기대수익률과 수익률의 표준편차 및 투자안 B의 기대수익률과 수익률의 표준편차를 각각 구한 후, 각 투자안의 변동계수(Coefficient of Variation)를 구하시오. 단, 변동계수는 기대수익률 1단위당 위험의 크기이다.

(물음 3) (물음 1)과 (물음 2)의 결과를 바탕으로 주주 부 극대화 관점에서의 의사결정과 변동계수 기반의 의사결정이 일치하는지 판단하고, 그 이유를 세 줄 이내로 설명하시오.

해답

물음 1

투자안 A	CF_u / CF_d	$E(CF)$
V(기업)	8,000/6,000	7,000
B(채권자)	3,000/3,000	3,000
S(주주)	5,000/3,000	4,000

투자안 B	CF_u / CF_d	$E(CF)$
V(기업)	12,000/2,000	7,000
B(채권자)	3,000/2,000	2,500
S(주주)	9,000/0	4,500

투자안B를 선택하게 되는 경우 주주에게 이전되는 채권자의 부는 500만원이다.

물음 2

① 투자안A

$$E(R_A) = \frac{7{,}000}{5{,}000} - 1 = 40\%$$

$$E(R_A)_u = \frac{8{,}000}{5{,}000} - 1 = 60\%$$

$$E(R_A)_d = \frac{6{,}000}{5{,}000} - 1 = 20\%$$

$$Var(R_A) = (0.6 - 0.4)^2 \times 0.5 + (0.2 - 0.4)^2 \times 0.5 = 0.04$$

$$\sigma_A = \sqrt{0.04} = 20\%$$

$$\text{변동계수} = \frac{\sigma_A}{E(R_A)} = \frac{0.2}{0.4} = 0.5$$

② 투자안B

$$E(R_B) = \frac{7{,}000}{5{,}000} - 1 = 40\%$$

$$E(R_B)_u = \frac{12{,}000}{5{,}000} - 1 = 140\%$$

$$E(R_B)_d = \frac{2{,}000}{5{,}000} - 1 = -60\%$$

$$Var(R_B) = (1.4 - 0.4)^2 \times 0.5 + (-0.6 - 0.4)^2 \times 0.5 = 1$$

$\sigma_A = \sqrt{1} = 100\%$

$$변동계수 = \frac{\sigma_B}{E(R_B)} = \frac{1}{0.4} = 2.5$$

물음 3

주주부 극대화 관점에서는 B투자안을 선택하고, 변동계수 기반에 의하면 A투자안을 선택하게 되어 의사결정이 일치하지 않는다. 주주부 극대화 관점은 위험을 고려하지 않고 의사결정이 이루어지기 때문에 위험을 고려한 의사결정방법인 변동계수 기준과 의사결정결과가 달라질 수 있다.

투자자 갑과 투자자 을의 효용은 아래와 같이 각각 향후 1년간 투자 수익률 또는 1년 후 부에 의해 결정된다.

<투자자 갑의 효용>

$U = \left(E[r], \sigma\right) = E[r] - 5\sigma^2$

* $E[r]$은 포트폴리오의 기대수익률

* σ는 포트폴리오 수익률의 표준편차

<투자자 을의 효용>

$E[u(W)] = E\left[-\frac{1}{W}\right], \quad W > 0$

* W는 시장 상황별 1년 후의 부이며, 단위는 억원

* $E[X]$는 확률변수 X의 기댓값

※ (물음 1) ~ (물음 4)는 독립적이다. 단, (물음 1)과 (물음 2)는 다음 정보를 활용하시오.

무위험이자율은 연 20%이고, 주식 S의 기대수익률은 50%이며 수익률의 표준편차는 40%이다. 주식 S의 향후 1년 수익률에 대한 분포는 아래 표와 같다.

시장 상황	확률	주식 S 수익률
호황	80%	70%
불황	20%	(−)30%

(물음 1) 투자자 갑이 주식 S와 무위험자산에만 투자할 수 있을 때, 주식 S에 대한 최적 투자 비율을 구하시오.

(물음 2) 투자자 을이 주식 S와 무위험자산에만 투자할 수 있을 때, 주식 S에 대한 최적 투자 비율을 구하시오.

(물음 3) 투자자 을의 부는 무배당 주식 A 1주로 이루어져 있으며, 주식 A의 1년 후 가격은 아래 표와 같다.

투자자 을은 헤지를 위해 1년 후에 주식 A 1주를 선도가격 F에 매도하는 계약을 현재 체결하고자 한다. 투자자 을이 이 헤지 전략을 선호하기 위한 F의 범위를 구하시오.

시장 상황	확률	1년 후 주식 A 가격
호황	40%	10억원
불황	60%	5억원

(물음 4) 투자자 갑은 전 재산 100억원을 투자안 Y와 Z 중 한 가지에 투자하고자 한다. 각 투자안의 투자기간은 1년이고 초기 투자액은 100억원이며, 내년의 시장 상황과 이에 대한 확률 그리고 투자안 Y와 Z의 현금흐름은 아래 표와 같다. 투자안 Y의 수익률은 20%이고, 투자안 Z의 기대수익률과 수익률의 표준편차는 각각 50%와 30%이다. 투자자 갑의 투자안 선택 과정과 결론, 그리고 이 선택의 합리성에 대해 세 줄 이내로 설명하시오.

시장 상황	확률	투자안 Y	투자안 Z
호황	50%	120억원	180억원
불황	50%	120억원	120억원

해답

물음 1

$MRS = 10\sigma_p$

$$CAL = \frac{E(R_s) - R_f}{\sigma_s} = \frac{50\% - 20\%}{40\%} = 0.75$$

$MRS = CAL$ ➡ $10\sigma_p = 0.75$ ➡ $\sigma_p = 0.075$

$\sigma_p = w_s \times \sigma_s$ ➡ $0.075 = w_s \times 0.4$ ➡ $w_s = 18.75\%$

물음 2

투자자 을의 효용은 1년 후 부(W_1)를 기준으로 결정되므로 현재부(W_0)를 1원으로 가정한다.

호황(80%)인 경우: $1 + 1 \times \left(w_s \times 70\% + (1 - w_s) \times 20\%\right) = 1.2 + 0.5w_s$

불황(20%)인 경우: $1 + 1 \times \left(w_s \times (-30\%) + (1 - w_s) \times 20\%\right) = 1.2 - 0.5w_s$

$$E[u(W)] = \left\{-\frac{1}{(1.2 + 0.5w_s)} \times 0.8\right\} + \left\{-\frac{1}{(1.2 - 0.5w_s)} \times 0.2\right\}$$

➡ w_s로 미분해서 $E[u(W)]' = 0$으로 만들면 w_s의 최적값이 도출된다.

➡ $f'(w_s) = -\frac{1}{(1.2 + 0.5w_s)} \times 0.8 = \frac{0.5 \times 0.8}{(1.2 + 0.5w_s)^2}$

$f'(w_s) = -\frac{1}{(1.2 - 0.5w_s)} \times 0.2 = -\frac{0.5 \times 0.2}{(1.2 - 0.5w_s)^2}$

➡ $\frac{0.4}{(1.2 + 0.5w_s)^2} - \frac{0.1}{(1.2 - 0.5w_s)^2} = 0$

➡ $\frac{0.4}{(1.2 + 0.5w_s)^2} = \frac{0.1}{(1.2 - 0.5w_s)^2}$

➡ $0.4(1.2 - 0.5w_s)^2 = 0.1(1.2 + 0.5w_s)^2$ ➡ 양변에 $\times 10$

➡ $4(1.2 - 0.5w_s)^2 = 1(1.2 + 0.5w_s)^2$ ➡ 양변에 $\sqrt{\ }$

➡ $2(1.2 - 0.5w_s) = 1(1.2 + 0.5w_s)$

➡ $1.2 = 1.5w_s$

➡ $w_s = \frac{1.2}{1.5} = 0.8$ ➡ $w_s = 80\%$

물음 3

$$E[u(W)] = \left(-\frac{1}{10} \times 0.4\right) + \left(-\frac{1}{5} \times 0.6\right) = -0.16$$

$$E[u(W)] = -\frac{1}{F}$$

$$\Rightarrow \ -\frac{1}{F} = -0.16 \ \Rightarrow \ F = 6.25$$

∴ 선도가격은 6.25억보다 커야 한다.

물음 4

Y투자안의 효용: $U = 0.2 - 5 \times 0^2 = 0.2$

Z투자안의 효용: $U = 0.5 - 5 \times 0.3^2 = 0.05$

∴ 투자자 갑의 효용을 극대화하기 위해서는 Y투자안을 선택해야 한다. 그러나 Z투자안의 기대부가 150억원이고, Y투자안의 기대부가 120억원이므로 부의 극대화 측면에서는 Z투자안을 선택하는 것이 합리적일 수 있다.

투자자의 투자기간은 단일기간(1년)이다. 모든 자산은 공매가 가능하며, 1단위 이하로 분할하여 거래가 가능하고 거래비용은 없다.

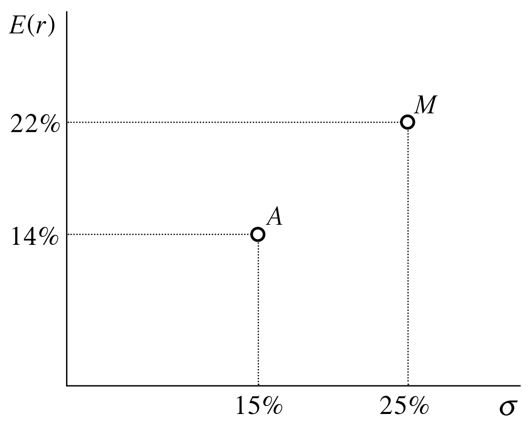
※ (물음 1) ~ (물음 4)는 독립적이다.

(물음1) 단일요인 차익거래가격결정이론(APT)이 성립하는 경제를 가정하자. 잘 분산된 자산 X, Y, Z의 가격은 모두 10,000원이고 베타 및 기대수익률이 아래 표와 같을 때, 세 자산을 이용한 차익거래 방법과 차익거래이익을 구하시오. 단, 차익거래는 자산 Z 1개를 거래단위 기준으로 하고, 차익거래이익은 1년 후 시점($t = 1$)에서만 발생한다.

자산	베타	기대수익률
X	1.4	20%
Y	0.6	12%
Z	0.8	15.5%

※ (물음 2)와 (물음 3)은 다음 정보를 활용하시오.

$CAPM$이 성립하는 경제를 가정하자. 수익률의 표준편차와 기대수익률 공간에 시장포트폴리오 M과 위험자산 A를 표시하면 다음 그림과 같다.



(물음 2) $CAPM$을 위배하지 않기 위한 무위험이자율의 최소값을 구하고, 해당 이자율 하에서 위험자산 A의 베타를 구하시오.

(물음 3) $CAPM$을 위배하지 않기 위한 무위험이자율의 최대값을 구하고, 해당 이자율 하에서 증권시장선(SML)의 기울기를 구하시오.

(물음 4) 다음과 같이 두 개의 독립적인 공통요인 F_1과 F_2에 대한 2요인 APT가 성립하는 경제를 가정하자.

$$r_j = \alpha_j + \beta_{j1}F_1 + \beta_{j2}F_2 + \epsilon_j$$

$$E[r_j] = 0.05 + 0.04\beta_{j1} + 0.03\beta_{j2}$$

$$Var(F_1) = 0.08, \quad Var(F_2) = 0.04$$

요인 G를 $xF_1 + (1-x)F_2$로 정의하자. 요인 G에 대한 단일요인 APT 균형식이 성립할 때, 상수 x와 요인 G의 위험프리미엄을 구하시오. 즉, 임의의 자산 j에 대해 $E[r_j] = 0.05 + \lambda\beta_j$가 성립할 때, 상수 x와 상수 λ를 구하시오. 단, $\beta_j = \dfrac{Cov(G, r_j)}{Var(G)}$이다.

해답

물음 1

$\beta_Z = w_X \times \beta_X + w_Y \times \beta_Y$

➟ $\beta_Z = w_X \times 1.4 + (1 - w_X) \times 0.6 = 0.8$

➟ $w_X = 0.25, \quad w_Y = 0.75$

➟ $E(R_P) = w_X \times E(R_X) + w_Y \times E(R_Y) = 0.25 \times 20\% + 0.75 \times 12\% = 14\%$

자산Z의 복제포트폴리오P는 자산Z와 동일한 위험을 부담하지만 기대수익률이 다르므로 차익거래 기회가 존재한다. 복제포트폴리오P를 매도하고, 자산Z를 매입하여 차익거래이익을 얻을 수 있다.

$E(R_Z) - E(R_P) = 15.5\% - 14\% = 1.5\%$

➟ 차익거래이익: $10{,}000 \times 1.5\% = 150$원

물음 2

$\dfrac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m} = \dfrac{E(R_A) - R_f}{\sigma_A}$ ➟ $\dfrac{22\% - R_f}{25\%} = \dfrac{14\% - R_f}{15\%}$ ➟ $R_f = 2\%$

$\beta_A = \dfrac{\sigma_A}{\sigma_m} \times \rho_{Am} = \dfrac{15\%}{25\%} \times 1 = 0.6$

또는 $E(R_A) = R_f + \{E(R_m) - R_f\}\beta_A = 2\% + (22\% - 2\%)\beta_A = 14\%$ ➟ $\beta_A = 0.6$

물음 3

$\beta_A = \dfrac{\sigma_A}{\sigma_m} \times \rho_{Am} = \dfrac{15\%}{25\%} \times (-1) = -0.6$

$E(R_A) = R_f + \{E(R_m) - R_f\}\beta_A = R_f + (22\% - R_f) \times (-0.6) = 14\%$ ➟ $R_f = 17\%$

시장위험프리미엄(SML의 기울기) $= \{E(R_m) - R_f\} = 22\% - 17\% = 5\%$

물음 4

① β_j 계산

$Cov(G, r_j) = Cov(G, \alpha_j + \beta_{j1}F_1 + \beta_{j2}F_2 + \epsilon_j) = \beta_{j1}Cov(G, F_1) + \beta_{j2}Cov(G, F_2)$

- $Cov(G, F_1) = Cov\big(xF_1 + (1-x)F_2, F_1\big) = xVar(F_1) + (1-x)Cov(F_1, F_2) = xVar(F_1) = 0.08x$
- $Cov(G, F_2) = Cov\big(xF_1 + (1-x)F_2, F_2\big) = xCov(F_1, F_2) + (1-x)Var(F_2) = (1-x)Var(F_2) = 0.04(1-x)$

$$\beta_j = \frac{Cov(G, r_j)}{Var(G)} = \frac{\beta_{j1} \times xVar(F_1) + \beta_{j2} \times (1-x)Var(F_2)}{x^2 \times Var(F_1) + (1-x)^2 \times Var(F_2)} = \frac{\beta_{j1} \times 0.08x + \beta_{j2} \times 0.04(1-x)}{x^2 \times 0.08 + (1-x)^2 \times 0.04}$$

② 단일요인모형과 다요인모형

$$E(r_j) = 0.05 + 0.04\beta_{j1} + 0.03\beta_{j2} = 0.05 + \lambda\beta_j$$

$$E(r_j) = 0.05 + 0.04\beta_{j1} + 0.03\beta_{j2} = 0.05 + \lambda \times \frac{\beta_{j1} \times 0.08x + \beta_{j2} \times 0.04(1-x)}{x^2 \times 0.08 + (1-x)^2 \times 0.04}$$

➡ $(x^2 \times 0.08 + (1-x)^2 \times 0.04)$를 A로 치환

$$E(r_j) = 0.05 + 0.04\beta_{j1} + 0.03\beta_{j2} = 0.05 + \lambda \times \left\{\frac{\beta_{j1} \times 0.08x}{A} + \frac{\beta_{j2} \times 0.04(1-x)}{A}\right\}$$

➡ $0.04\beta_{j1} + 0.03\beta_{j2} = \frac{\beta_{j1} \times 0.08x}{A} \times \lambda + \frac{\beta_{j2} \times 0.04(1-x)}{A} \times \lambda$

➡ $0.04\beta_{j1} = \frac{\beta_{j1} \times 0.08x}{A} \times \lambda$ ⋯ ①

$0.03\beta_{j2} = \frac{\beta_{j2} \times 0.04(1-x)}{A} \times \lambda$ ⋯ ②

➡ ①과 ②를 연립하면 $\frac{0.04}{0.03} = \frac{2x}{(1-x)}$ ➡ $x = 0.4$

➡ x에 0.4를 대입하여 A를 풀이하면 λ를 도출할 수 있다.

$$A = x^2 \times 0.08 + (1-x)^2 \times 0.04 = 0.4^2 \times 0.08 + (1-0.4)^2 \times 0.04 = 0.0272$$

$0.04\beta_{j1} = \frac{\beta_{j1} \times 0.08 \times 0.4}{0.0272} \times \lambda$ ➡ $\lambda = 0.034$

$0.03\beta_{j2} = \frac{\beta_{j2} \times 0.04 \times (1-0.4)}{0.0272} \times \lambda$ ➡ $\lambda = 0.034$

해설

물음 2

M과 A가 CML선상에 존재하면서 M과 A의 기대수익률을 SML로 설명할 수 있으면 $CAPM$이 성립한다고 할 수 있다. A가 CML선상에 존재한다면 M과 A의 상관계수는 1이다. 이점을 이용하여 M과 A를 연결한 직선의 y축 절편을 구하면 최소 무위험이자율을 계산할 수 있다.

표준편차(σ_A, σ_m)와 상관계수($\rho_{Am} = 1$)를 이용하여 구한 자산A의 베타와 SML을 이용하여 역산한 자산A의 베타가 동일한 것을 통해서 문제에 제시된 자산A의 기대수익률은 균형기대수익률임을 알 수 있다.

물음 3

A가 CML 하방에 존재한다면 M과 A의 상관계수는 1보다 작으며, 최소값은 -1이다. (물음2)에서 A의 기대수익률이 균형기대수익률임을 확인하였으므로, 상관계수의 최소값인 -1을 이용한 자산A의 베타와 SML을 이용하여 무위험이자율을 역산할 수 있다.

현재 채권시장에서 액면가가 100원인 무이표채 A, B, C가 거래되고 있다. 이 채권들의 만기수익률은 아래 표와 같다. 계산결과는 수익률의 경우 % 단위로 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 둘째 자리까지 표시하고, 수익률이 아닌 수치는 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 둘째 자리까지 표시한다.

채권	만기	만기수익률
A	2년	2.7%
B	3년	4.5%
C	1년	3.5%

(물음 1) 기대가설이 성립한다고 가정할 때, 무이표채 A의 1년 후($t = 1$) 가격과 무이표채 B의 2년 후($t = 2$) 가격을 구하시오. 단, 미래 현물이자율은 기댓값으로 실현된다.

(물음 2) 액면가가 100원이고, 만기가 3년인 이표채 D가 있다. 채권 D는 5%의 액면이자를 매년 말에 지급한다. 채권 A, B, C의 수익률곡선 하에서 채권 D의 현재 시점($t = 0$) 기준 듀레이션과 수정듀레이션을 구하시오.

(물음 3) 현재 시점($t = 0$) 기준 모든 만기 현물이자율이 2%p 상승할 때, 볼록성(convexity)을 이용하여 (물음 2)의 채권 D의 가격변화액을 구하시오.

(물음 4) 액면가가 100원이고, 5%의 액면이자를 매년 말에 지급하는 영구채 E의 현재 시점($t = 0$) 기준 만기수익률, 듀레이션, 수정듀레이션을 구하시오. 단, 채권 E는 채권 B와 동일한 균형가격을 가진다.

■ 해답

물음 1

$(1+{}_0R_2)^2=(1+{}_0R_1)(1+{}_1f_2)$ ➡ $(1+2.7\%)^2=(1+3.5\%)(1+{}_1f_2)$ ➡ ${}_1f_2=1.91\%$

$(1+{}_0R_3)^3=(1+{}_0R_2)^2(1+{}_2f_3)$ ➡ $(1+4.5\%)^3=(1+2.7\%)^2(1+{}_2f_3)$ ➡ ${}_2f_3=8.2\%$

${}_1f_2=1.91\%=E({}_1R_2)$, ${}_2f_3=8.2\%=E({}_2R_3)$

$$A_1=\frac{F}{(1+E({}_1R_2))^1}=\frac{100}{(1+1.91\%)^1}=98.13\text{원}$$

$$B_2=\frac{F}{(1+E({}_2R_3))^1}=\frac{100}{(1+8.2\%)^1}=92.42\text{원}$$

물음 2

$$D_0=\frac{5}{(1+3.5\%)^1}+\frac{5}{(1+2.7\%)^2}+\frac{105}{(1+4.5\%)^3}=101.58=\frac{5}{(1+Y_1)^1}+\frac{5}{(1+Y_2)^2}+\frac{5}{(1+Y_3)^3}$$

➡ $YTM=4.43\%$

t	CF	$PV(CF)$	$t\times PV(CF)$	$t\times(1+t)\times PV(CF)$
1	5	4.79	4.79	9.58
2	5	4.59	9.18	27.54
3	105	92.2	276.6	1,106.4
합계		101.58	290.57	1,143.52

$$D=\frac{290.57}{101.58}=2.86\text{년}$$

$$MD=\frac{2.86}{(1+4.43\%)}=2.74\text{년}$$

물음 3

$$C=\frac{1}{(1+4.43\%)^2}\times\frac{1{,}143.52}{101.58}=10.32$$

$$\varDelta B=-MD\times B_0\times(\varDelta R)+\frac{1}{2}C\times B_0\times(\varDelta R)^2$$

$$=-2.74\times101.58\times(+0.02)+\frac{1}{2}\times10.32\times101.58\times(+0.02)^2=-5.36\text{원}$$

물음 4

$$B_0 = \frac{100}{(1+4.5\%)^3} = 87.63\text{원}$$

$$E_0 = \frac{100 \times 5\%}{YTM} = 87.63\text{원} \;\; ➡ \;\; YTM = 5.71\%$$

$$D = \frac{1+R}{R} = \frac{1+5.71\%}{5.71\%} = 18.51\text{년}$$

$$MD = \frac{D}{1+R} = \frac{18.51}{1+5.71\%} = 17.51\text{년}$$

해설

물음 2

붓스트래핑을 이용하여 만기수익률을 구할 수 있다. 다만 3년간의 만기수익률이므로 시행착오법을 이용하여 만기수익률을 계산해야 하며, 소수점 넷째 자리까지 표시한 만기수익률은 4.4251%이다. 만기수익률은 기간 현물이자율의 가중평균이 되며, 현금흐름의 크기를 가중치로 하여 가중평균하기 때문에 현금흐름의 크기가 큰 3년 현물이자율에서 출발하여 시행착오법으로 찾아야 한다. 또한 맥콜레이(Macaulay)가 듀레이션을 개발하였으며, 별다른 언급 없이 듀레이션이라고 하면 일반적으로 맥콜레이 듀레이션을 의미하기 때문에 만기수익률을 이용한 듀레이션을 계산하였다. 현물이자율을 이용한 현가듀레이션과 수정듀레이션, 볼록성은 다음과 같다.

t	CF	${}_0R_t$	$PV(CF)$	$t \times PV(CF)$	$\frac{t}{(1+{}_0R_t)} \times PV(CF)$	$\frac{t \times (1+t)}{(1+{}_0R_t)^2} \times PV(CF)$
1	5	3.5%	4.83	4.83	4.67	9.02
2	5	2.7%	4.74	9.48	9.23	26.97
3	105	4.5%	92.01	276.03	264.14	1,011.06
합계			101.58	290.34	278.04	1,047.05

$$D = \frac{290.34}{101.58} = 2.86\text{년}$$

$$MD = \frac{278.04}{101.58} = 2.74\text{년}$$

$$C = \frac{1,047.05}{101.58} = 10.31$$

물음 3

모든 만기 현물이자율이 2%상승하는 것은 $BP(0.01\%p)$기준으로 만기수익률이 2%상승하는 것과 동일한 효과가 있다. (물음2)의 현가듀레이션을 이용하는 경우 다음과 같다.

$$\Delta B = -MD \times B_0 \times (\Delta R) + \frac{1}{2} C \times B_0 \times (\Delta R)^2$$

$$= -2.74 \times 101.58 \times (+0.02) + \frac{1}{2} \times 10.31 \times 101.58 \times (+0.02)^2 = -5.36\text{원}$$

현재 K200 지수 선물가격은 200이고, 지수 선물 승수는 25원이다. 추가적으로 아래와 같은 정보가 주어져 있다. 계산결과는 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 둘째 자리까지 표시한다.

(1) 무위험이자율은 연복리 연 6%이다.
(2) 지수 선물옵션의 행사 단위는 지수 선물 1계약이다.
(3) K200 지수의 연간 배당수익률은 0%이다.
(4) K200 지수 선물의 만기는 1년이다.
(5) 선물은 선도와 동일하게 만기 시점에 정산된다.

(물음 1) (주)마바는 베타가 0.7이고, 1,000만원의 가치를 가지는 잘 분산된 주식 포트폴리오 A를 보유하고 있다. (주)마바가 현재 시점 기준 K200 지수 선물을 이용하여 포트폴리오 A의 위험을 완벽하게 헤지하고자 한다면, 지수 선물을 어떻게 이용해야 할지 설명하시오. 또한, 포트폴리오 A와 지수 선물로 구성된 포트폴리오의 베타를 0.2로 만들고자 한다면, 지수 선물을 어떻게 이용해야 할지 설명하시오.

(물음 2) 만기가 1년인 등가격(at-the-money) 유럽형 K200 지수 선물 콜옵션과 풋옵션의 가격이 각각 950원, 1,000원이라면, 지수 선물 콜옵션, 지수 선물 풋옵션, 지수 선물을 이용한 차익거래방법을 설명하고 차익거래이익을 구하시오. 단, 차익거래는 지수 선물 1계약을 거래단위 기준으로 하고 현재 시점을 제외한 다른 시점의 순현금흐름은 0이 되도록 구성한다.

※ (물음 3)과 (물음 4)는 (물음 1) 및 (물음 2)와는 독립적으로, 다음 정보를 활용하시오.
현재 시점으로부터 만기가 1년 남은 K200 지수 선물의 만기시점 가격은 아래 표와 같다.

시장 상황	K200 지수 선물가격
호황	400
불황	150

(물음 3) 현재 시점 기준, 만기가 1년인 등가격 유럽형 K200 지수 선물 콜옵션의 균형가격을 위험중립가치평가법으로 구하시오.

(물음 4) 현재 지수 선물가격 및 1년 후 지수 선물가격 정보가 동일한 상태에서 K200 지수의 연간 배당수익률이 연 7%로 증가하였다. (물음 3)의 결과와 비교 시 위험중립가치평가법으로 평가한 만기가 1년인 등가격 유럽형 K200 지수 선물 콜옵션의 균형가격이 어떻게 변화하는지 명시하고, 그 이유를 세 줄 이내로 설명하시오.

해답

물음 1

① 주가지수선물을 이용한 헤지

$$N_{직접} = -\frac{V_A}{V_F} = \frac{1{,}000만원}{200 \times 25원} = -2{,}000개$$

$$N_{교차} = N_{직접} \times \beta_A = -2{,}000 \times 0.7 = -1{,}400개$$

➡ 지수선물 1,400개 매도

② 주가지수선물을 이용한 베타 조정

$$N = (\beta_T - \beta_A) \times \frac{1{,}000만원}{200 \times 25원} = (0.2 - 0.7) \times 2{,}000 = -1{,}000개$$

➡ 지수선물 1,000개 매도

물음 2

① 과소과대평가 여부 판단

$C_0 - P_0 = \dfrac{F - X}{(1 + R_f)}$ ➡ $F = X$ 라면 $C_0 = P_0$ ➡ $C_0 = 950 < P_0 = 1{,}000$ ➡ 콜옵션 매입, 풋옵션 매도

② 차익거래전략

선물 1계약을 거래단위로 차익거래를 요구하고 있으므로 합성선물($+C - P = +f$ ➡ $+C - f = +P$)을 이용하여 차익거래를 할 수 있다.

포지션	CF_0	CF_T
$+C$	-950	$+(S_T - X)$
$-P$	$+1{,}000$	
$-f$	$+0$	$-(S_T - F_0)$
합계	$+50$	0

차익거래이익: 50원

물음 3

① 선물가격의 이항과정 및 위험중립확률

$$F_0 = 200 \begin{cases} F_u = 400 \\ F_d = 150 \end{cases}$$

$F_0 = F_u \times p + F_d \times (1 - p)$ ➡ $200 = 400 \times p + 150 \times (1 - p)$ ➡ $p = 0.2$

② 콜옵션의 이항과정 및 콜옵션 가격

$$C_0 = 37.74p \left\langle \begin{array}{l} C_u = 200 \\ \\ C_d = 0 \end{array} \right.$$

$$C_0 = \frac{200 \times 0.2 + 0 \times (1 - 0.2)}{(1 + 6\%)} = 37.74p$$

$$C_0 = 37.74p \times 25\text{원} = 943.5\text{원}$$

물음 4

선물가격에는 배당의 효과가 반영되어 있으므로 선물가격을 이용하여 위험중립확률을 구할 때에는 배당수익률을 추가로 고려할 필요가 없다. 따라서 배당수익률이 증가하더라도 위험중립확률은 달라지지 않으므로 콜옵션의 가격은 변하지 않는다.